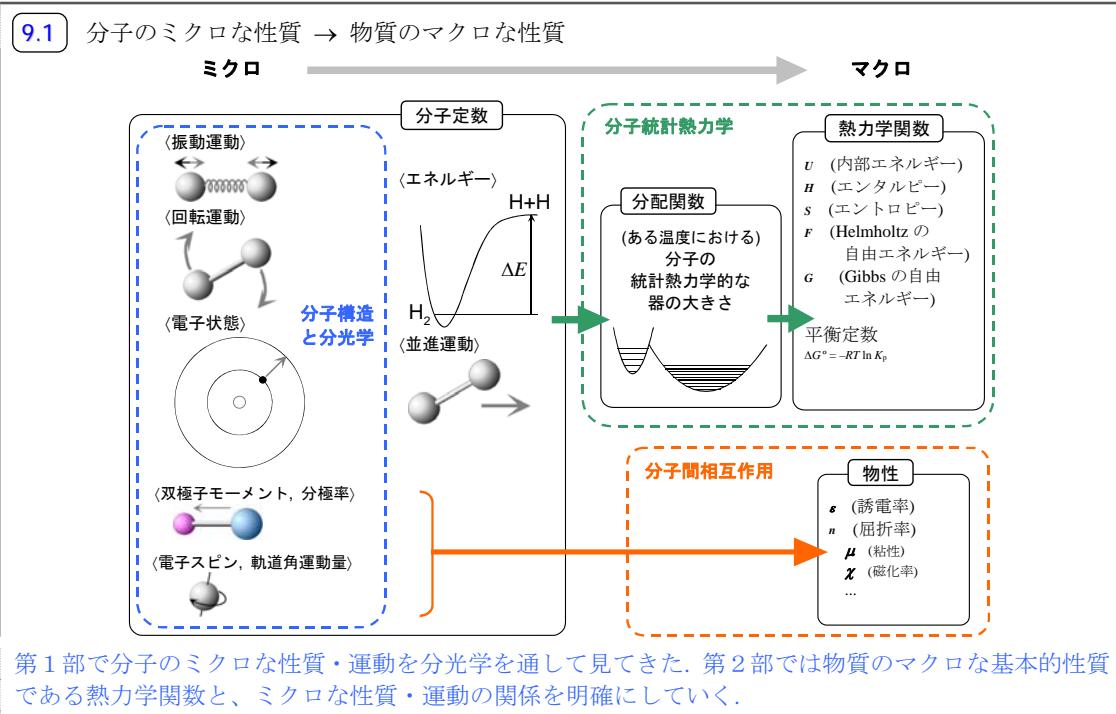


II. 分子統計熱力学



6. 热平衡状態

6.1 微視的平衡

[ボルツマン分布]

$$\text{熱平衡において、分子を状態 } i \text{ に見出す確率} \propto \exp\left(-\frac{\varepsilon_i}{k_B T}\right)$$

k_B : ボルツマン定数, T : 絶対温度, ε_i : 状態 i のエネルギー

$$\exp\left(-\frac{(\varepsilon_i)}{k_B T}\right) = \exp\left(-\frac{(E_i)}{RT}\right)$$

1分子あたり 1モルあたり

cf.) $k_B N_A = R$

状態 i の多重度 g_i を考慮すると、状態 i にある分子数 n_i は

$$n_i \propto g_i \exp\left(-\frac{\varepsilon_i}{k_B T}\right) \quad (6.1)$$

$$\frac{n_i}{N} = \frac{g_i \exp\left(-\frac{\varepsilon_i}{k_B T}\right)}{q} \quad (6.2)$$

ここで $N = \sum_i n_i$ (総分子数)

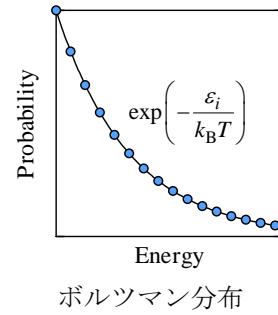
$$q = \sum_i g_i \exp\left(-\frac{\varepsilon_i}{k_B T}\right) \quad (\text{分配関数}) \quad (6.3)$$

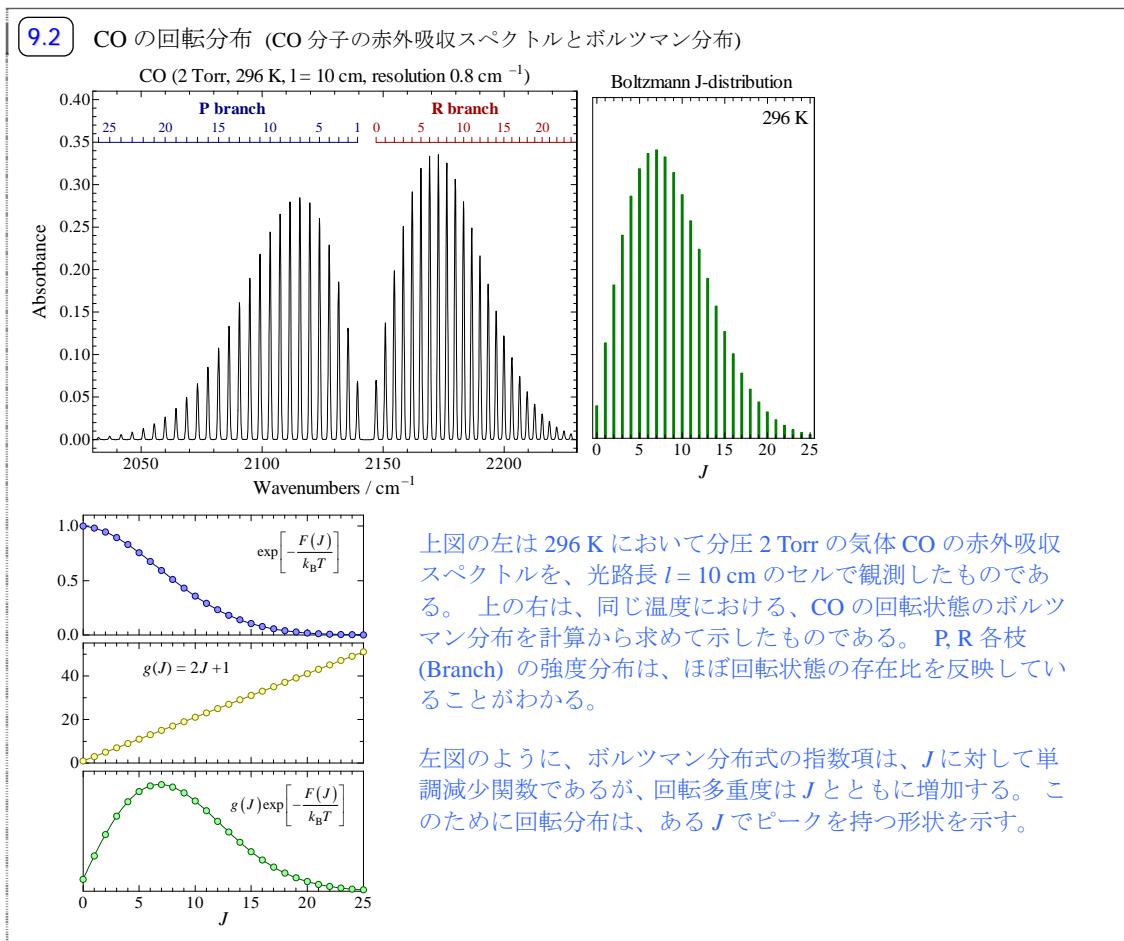
[多重度]

= 縮重重度、縮退数 (異なる複数の状態が同じエネルギーに存在する)

振動 : 多重重度 $g(v) = 1$

回転 : 多重重度 $g(J) = 2J + 1$ (二次元回転; 直線分子)





ex.) CO 赤外吸収の回転線強度分布 \propto 回転分布

$$= n(J) \propto g(J) \exp\left[-\frac{F(J)}{k_B T}\right] = (2J+1) \exp\left[-\frac{BJ(J+1)}{k_B T}\right] \quad (B \sim 1.92 \text{ cm}^{-1})$$

6.2 巨視的平衡

[状態の集合間の平衡]

状態の集合の存在確率 = 各状態の存在確率の和

$$\propto \text{分配関数 } q = \sum_i g_i \exp\left(-\frac{\varepsilon_i}{k_B T}\right)$$

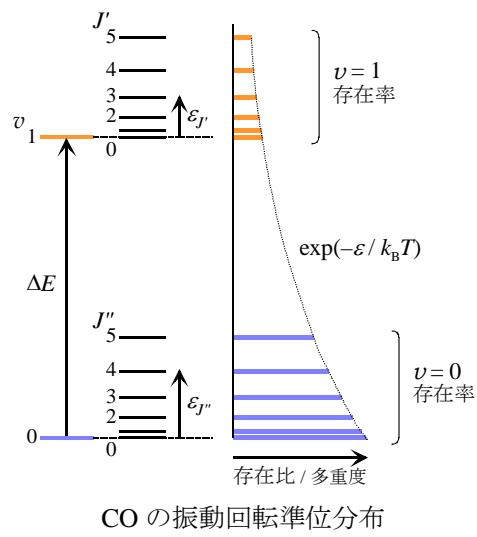
ex.) CO 分子

$v=1$ (振動励起状態) の $v=0$ (振動基底状態) に対する存在比 (回転状態を区別しない)

$$\frac{n_1}{n_0} = \frac{\sum_{J'} g(J') \exp\left(-\frac{\varepsilon_{J'} + \Delta E}{k_B T}\right)}{\sum_{J''} g(J'') \exp\left(-\frac{\varepsilon_{J''}}{k_B T}\right)}$$

$v=1, 0$ それぞれの最低回転エネルギーを基点とした回転分配関数; $q'_{\text{rot}}, q''_{\text{rot}}$ を使うと

$$\frac{n_1}{n_0} = \frac{\sum_{J'} g(J') \exp\left(-\frac{\varepsilon_{J'}}{k_B T}\right)}{\sum_{J''} g(J'') \exp\left(-\frac{\varepsilon_{J''}}{k_B T}\right)} \exp\left(-\frac{\Delta E}{k_B T}\right)$$

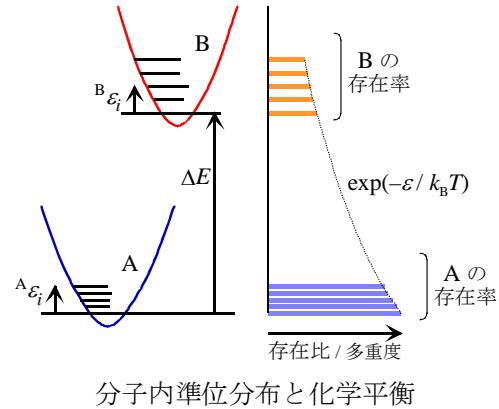


$$= \frac{q'_{\text{rot}}}{q''_{\text{rot}}} \exp\left(-\frac{\Delta E}{k_B T}\right)$$

[化学平衡定数]

分子 A と B (例えば *m*-xylene と *p*-xylene) の平衡定数

$$\begin{aligned} K_c &= \frac{[\text{B}]_e}{[\text{A}]_e} = \frac{\sum_i^{\text{B}} g_i \exp\left(-\frac{^{\text{B}}\varepsilon_i + \Delta E}{k_B T}\right)}{\sum_i^{\text{A}} g_i \exp\left(-\frac{^{\text{A}}\varepsilon_i}{k_B T}\right)} \\ &= \frac{\sum_i^{\text{B}} g_i \exp\left(-\frac{^{\text{B}}\varepsilon_i}{k_B T}\right)}{\sum_i^{\text{A}} g_i \exp\left(-\frac{^{\text{A}}\varepsilon_i}{k_B T}\right)} \exp\left(-\frac{\Delta E}{k_B T}\right) \end{aligned}$$

分配関数 q_A, q_B を A, B それぞれの基底状態から計算すると

$$K_c = \frac{q_B}{q_A} \exp\left(-\frac{\Delta E}{k_B T}\right) \quad (6.4)$$

- 平衡定数 (平衡状態の存在比) = 分配関数の比
 $\exp(-\Delta E / k_B T)$... エネルギー基準点の違いによる

問題 6.1

ガスバーナの火炎温度 (2000 K) における Na の D 線励起状態 (${}^2\text{P}, g_e = 6$) の基底状態 (${}^2\text{S}, g_e = 2$) に対する存在比 $n({}^2\text{P}) / n({}^2\text{S})$ を計算せよ。Na の D 線の波長は 589.3 nm である。

$$n_i \propto g_i \exp\left(-\frac{\varepsilon_i}{k_B T}\right) \quad (6.1)$$

$$\varepsilon = h\nu = hc_0 / \lambda \quad \text{波長 } \lambda \text{ の光子のエネルギー}$$

* 必要であれば以下を用いよ。

$$c_0 (\text{真空中の光速}) = 2.9979 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}, \quad h (\text{プランク定数}) = 6.6261 \times 10^{-34} \text{ J s},$$

$$R (\text{モル気体定数}) = 8.3145 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}, \quad N_A (\text{アボガドロ定数}) = 6.0221 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1},$$

$$k_B (\text{ボルツマン定数}) = R / N_A = 1.3806 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}.$$

(解)

$$\cdot \varepsilon[{}^2\text{P}-{}^2\text{S}] = hc_0 / \lambda = 6.6261 \cdot 10^{-34} \times 2.9979 \cdot 10^8 / 589.3 \cdot 10^{-9} = 3.371 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{存在比は } n({}^2\text{P}) / n({}^2\text{S}) = (g_e[{}^2\text{P}] / g_e[{}^2\text{S}]) \exp(-\varepsilon[{}^2\text{P}-{}^2\text{S}] / k_B T)$$

$$= (6/2) \exp[-3.371 \cdot 10^{-19} / (1.3806 \cdot 10^{-23} \times 2000)] = 1.496 \times 10^{-5}$$

[答] 1.50×10^{-5}